

**М. М. Шовгеня,  
Д. М. Шовгеня**

**Научный руководитель  
Л. А. Воробей**

Белорусский торгово-экономический  
университет потребительской кооперации  
г. Гомель, Республика Беларусь

## ПРИМЕНЕНИЕ АППАРАТА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СФЕРЕ

Напомним, что дифференциальными уравнениями называются уравнения, в которых неизвестными являются функции и в которые входят не только сами функции, но и их производные. В природе и обществе встречаются процессы, где некоторые величины увеличиваются за равные промежутки времени в одно и то же число раз. Их называют процессами естественного роста. Если допустить, что значение величины  $y(t)$  меняется одинаково не в течение промежутка фиксированной длительности  $\Delta t$ , а мгновенно, то скорость изменения величины  $v(t)$  в момент времени  $t$  пропорциональна значению этой величины в тот же момент времени. Уравнение, описывающее этот процесс, можно записать так:  $v(t) = ky(t)$ . Так как  $v(t) = y'(t)$ , то получим дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными:  $y'(t) = ky(t)$ . Это уравнение называют дифференциальным уравнением естественного роста. Впервые его получил Якоб Бернулли.

Рассмотрим применение полученного уравнения при решении задач социально-экономической сферы.

*Пример* (износ оборудования). Скорость обесценивания оборудования вследствие его износа пропорциональна его фактической стоимости. Найдём закон изменения стоимости оборудования, если начальная его стоимость равна  $S_0$ .

*Решение.* Пусть  $s(t)$  – стоимость оборудования в момент времени  $t$ . Тогда  $s'(t)$  – скорость изменения стоимости вследствие износа. Согласно условию задачи получаем следующее уравнение:  $s' = -ks$ , где  $k > 0$  – коэффициент пропорциональности. Знак « $-$ » говорит об уменьшении стоимости оборудования с течением времени.

$$\text{Разделим переменные: } \frac{ds}{dt} = -ks, \quad ds = -ksds, \quad \frac{ds}{s} = -kdt.$$

Проинтегрировав последнее уравнение, получим:

$$\ln s = -kt + \ln C, \text{ где } C = \text{const.}$$

$$\ln s = \ln e^{-kt} + \ln C.$$

$$\ln s = \ln (Ce^{-kt}).$$

Общее решение дифференциального уравнения  $s' = -ks$  имеет вид:  $s = Ce^{-kt}$ .

Начальная стоимость  $s_0$  задает начальное условие для полученного уравнения:  $s(0) = s_0 \times$   
 $\times s' = -ks$  при  $s(0) = s_0$ .

Найдём  $C$ , подставив в полученное общее решение условие  $s(0) = s_0$ . Имеем:  $s(0) = Ce^{-k \cdot 0} = C = s_0$ . Тогда частное решение уравнения  $s' = -ks$  равно  $s = s_0 e^{-kt}$ . Таким образом, зная коэффициент износа  $k$  и начальную стоимость оборудования  $s_0$ , по формуле  $s = s_0 e^{-kt}$  можно найти фактическую стоимость оборудования по истечении любого времени  $t$ .

С помощью дифференциального уравнения естественного роста можно решить задачу истощения ресурсов Земли и другие задачи социальной и экономической сфер.